

扩散问题的微观仿真

——个体异质性的处理^①

高宝俊, 徐绪松

(武汉大学 经济与管理学院, 武汉 430072)

摘 要:在社会经济系统中, 各类扩散问题的运行机理有一定的相似性, 即微观个体间的互动是导致宏观层面上扩散现象的原因。微观仿真模型是研究扩散问题的一类重要的方法, 在介绍相关微观仿真模型建模原理的基础上, 本文以 SARS 模型为例, 展示了微观仿真模型在处理个体异质性方面的优势。由于各类扩散问题的相似性, 因此最后探讨了 SARS 模型经过一定的修正后, 如何应用于创新扩散和金融市场中交易者之间的互动等问题。

关键词:扩散; 微观仿真; 异质性; 元胞自动机

中图分类号:F713.8 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-980X(2010)07-0036-06

1 研究背景

在社会经济系统中, 存在着诸多的传播与扩散问题: 流行性疾病的传播, 创新(新产品、新技术)的扩散, 文化(观念、知识)的传播以及金融市场中的消息的传播, 等等。这些传播与扩散问题虽然其背景不同、传播(扩散)的标的物不同、传播(扩散)的动因不同, 但是在微观的机理上却存在着一定的相似性——宏观层面上表现出来的扩散现象之微观机理均为微观个体(系统参与者, 即个人、企业等)之间的互动。

在流行性疾病的传播问题中, 微观层面上的人之间的接触导致了宏观层面上的疾病在人群中传播的现象的出现。对于创新扩散, 人和人之间的互动, 交流对创新看法是促使创新在人群中扩散这一宏观现象出现的重要动力, 这种动力在相关文献中被称为口碑。而在金融市场中, 交易者之间互动交流的是信息, 互动的结果是信息在交易者群体间的传播与扩散, 进而影响交易者的买卖决策, 最终导致了宏观层面上价格的动态行为。

很自然产生这样一个想法: 以个体间互动为微观基础的传播与扩散问题能否采用类似的建模方法? 能否建立这类问题的一般研究框架? 研究扩散

问题的模型主要可以分为两类: 一类是宏观层面(aggregate level)的数学模型, 一类是微观层面(individual level)的仿真模型。

宏观层面的数学模型探究若干宏观变量随时间变化的规律以及各宏观变量之间的关系, 这类模型一般表现为微分方程(组)的形式。SIR(susceptible-infected-removed)模型利用微分方程组研究流行性疾病的传播, 这类模型把人群分为 3 类: 易感人群(susceptible)、发病人群(infected)和免疫人群(removed)。在创新扩散领域, 宏观数学模型最早由 Mansfield^[1]、Bass^[2]等人建立, 其中 Bass 模型及其扩展型(统称 Bass 模型族)是这类模型的代表。研究某一类扩散问题的宏观数学模型, 经过修正、扩展, 往往可用于研究其他的扩散问题, 例如 SIR 传染病模型早已用于研究金融市场中投资者的行为。

这类宏观模型的共性是: 基于各种宏观数据和假设建立微分方程, 通过求解方程得到预测结果, 为宏观变量的预测及其行为的解释提供一种简便易行的方法。但它把所有的个体作为一个整体来研究, 得到的是总量的变化关系, 虽然能够得到扩散的整体结果, 却难以探究扩散的具体过程和方式。而且每增加一个变量将使方程变的极其复杂甚至难以求解, 因此, 不得不依靠大量假设进行简化, 使得研究

收稿日期: 2010-03-03

基金项目: 教育部人文社会科学青年项目(09YJC630176); 国家自然科学基金项目(70601023, 70771083); 武汉大学青年人文社会科学基金项目

作者简介: 高宝俊(1976—), 男, 山西阳泉人, 武汉大学经济与管理学院副教授, 博士, 研究方向: 系统仿真; 徐绪松(1945—), 女, 湖北嘉鱼人, 武汉大学经济与管理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 复杂科学管理、投资科学、风险管理, 中国技术经济研究会会员 登记号: I031700053S。

① 本文系“复杂科学管理方法论”系列论文之四。

的问题具有很大局限性。

与数学模型正好相反,微观仿真模型是通过模拟个体的行为和互动,个体的加总得到宏观结果,这类模型主要包括多 Agent 模型,元胞自动机(cellular automata, CA)和渗流模型(percolation)^[3]等,其中以 CA 的应用最广泛。虽然基于 Agent 的仿真模型和元胞自动机等模型的起源和发展的历程不同,但有其内在的共同点:它们都是一种“自下而上”(bottom up)的建模方法。其基本思想是:选取构成系统的有代表性的多个微观个体作为研究对象,在计算机上模拟这些微观个体的行为和它们之间的交互,微观个体的行为改变其属性值,而系统的宏观层次的属性值是由这些微观个体相应的属性值加总(aggregate)得出的。因此,有时这些方法不加区别地统称为“微观仿真”(microsimulation/microscopic simulation)^[3]。

宏观的数学模型描述宏观总量之间的动态关系,更侧重于预测,而微观的仿真模型则侧重于从微观的角度来解释、说明影响宏观量的微观动因,从微观角度对系统进行模拟和再现。但微观仿真模型难以用于预测,这是因为扩散问题的真实数据多为宏观层面的数据,相对来说,微观层面的数据难以取得。比如,互联网用户数量扩散是一个典型的创新扩散问题,我们只可能得到某一时期的上网总人数——宏观数据,却难以得到何人何时开始上网的具体信息——微观数据。因此,即使可以根据实际问题建立微观仿真模型,微观数据的匮乏也使得模型的参数难以确定。已有学者注意到这一问题并尝试进行解决,Goldenberg 等将微观个体行为与宏观市场数据联系起来,所建立的渗流模型即可用于微观解释,也可用于宏观市场预测^[4]。

微观仿真模型也有其独到的优势,那就是更利于处理微观个体的异质性特征。本文接下来将以 SARS 模型为例,探讨在微观仿真模型中如何表达个体的异质性。然后,对 SARS 进行扩展,用于创新扩散和金融市场中交易者之间的互动等问题。这表明各类扩散问题的运行机理有一定的相似性,即微观个体间的互动是导致宏观层面上扩散现象的原因,因此可以采用类似的思想和方法进行建模。

2 元胞自动机的基本原理

元胞自动机(CA),也称为元胞自动机或者格点自动机。CA 是一种空间、时间、状态完全离散的微观仿真模型,20 世纪中叶由 John Von Neumann 提出。CA 模型首先在物理学等自然科学中获得广泛的应用,物理学家利用这种模型来解释诸如磁性物

质、液体湍流、晶体生长和土壤侵蚀等问题。元胞自动机模型为模拟某些社会互动过程提供了一个有益的模型框架,1970 年以来特别是 1990 年以后这种模型逐渐为社会科学家所接受,目前已广泛应用于研究消息、观念、文化、新产品和新技术等在人群中的传播与扩散,以及不同种族、身份的人群聚居在一起从而形成种族间的自然隔离、政治组织的突现等问题^[5-12]。

CA 模型能非常确切地描述现实中的传播现象,即个体状态取决于邻居的状态,少数个体的状态逐步影响周围个体,由此引起了该状态的传播及扩散。因此,它非常适用于传播及扩散问题的仿真研究。

2.1 CA 建模的基本要素

一个 CA 模型包含 4 个要素,可用一个四元组表示为 (L_d, S, N, f) ,这 4 个要素构成了一个 CA 模型的大体框架。在本文的互动(扩散)问题研究中,将分别对其进行定义,以建立针对特定问题的模型。

1) L_d 表示元胞空间,其中 L 为空间的规模, d 为空间的维数,一般为一维或者二维。

2) $S^t(s, p)$ 表示一个元胞,代表现实世界的个体,可以是个人、企业、组织甚至是国家等。其中 $s(s_1, s_2, \dots, s_i)$ 为元胞的状态向量, t 时刻该元胞处于这些状态中的一种。在某些情境下,仅仅通过状态无法反映个体的差异,需要用到元胞的属性向量 $p(p_1, p_2, \dots, p_j)$, j 为元胞拥有属性的个数。根据研究问题的不同为元胞设置不同的属性。

3) $N(N_1, N_2, \dots, N_n)$ 为邻居向量, n 为邻居个数, N_1, N_2 等为邻居元胞,其结构与 S 相同。元胞自动机中关于邻域的定义更好地模拟了现实中个体总是在一个局部的范围内活动,其观念、行为主要受到接触密切的那部分个体的影响,而与其他个体无关这一真实情况。图 1 为几种常见的邻居的定义,灰色元胞为中央黑色元胞的邻居,除此之外,还有各种扩展的邻居类型,在后面的论述中出现。

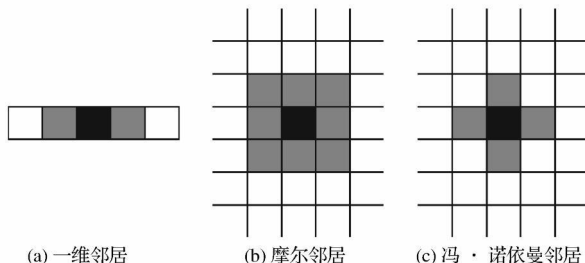


图 1 常见的几种邻居类型

4) f 为局部规则,元胞在 $t+1$ 时刻的状态根据

根据局部规则以及其自身和邻居在 t 时刻的状态来决定, 可以表示为 $S^{t+1} = f(S^t, N^t)$ 。由于 CA 是一种时间、状态均离散的仿真模型, 因此局部规则一般为元胞在几种状态之间变化的规则, 又称为状态转移规则。局部规则是一个 CA 模型的核心部分, 正是由于局部规则的不断迭加运算因此才产生了结果的复杂多变。局部规则一般可以分为确定规则和概率规则, 确定规则是“一旦规则确定, $t+1$ 时刻的状态完全由 t 时刻状态决定”, 概率规则是“给出一个以邻居元胞状态为变量的概率表达式, $t+1$ 时刻的状态取决于 t 时刻状态以及一些随机因素”。最著名的 CA 程序“生命的游戏”是一种确定规则, 确定规则 CA 多用于物理、生物等个体行为简单的系统仿真。而在社会系统中存在大量的不确定因素, 之间没有明显的规律可循, 用于创新扩散研究的 CA 模型均使用概率规则。

2.2 CA 模型的分类

通常 CA 模型中的个体(actor, 行为者)在网格中的位置是恒定的, 而且一个格子里只有一个行为者。这种类型的 CA 模型最为常见, 可称之为基本的 CA 模型。在此基础上, 可以在以下几个方面对基本的 CA 模型进行扩展。

第一, 在 Schelling 的“迁移模型”^[5]中, 允许行为者在格子中移动, 这意味着必须区别对待行为者(actor)及其“居住”的单元格(cell)。由于允许行为者移动, 因此还需考虑在某一时刻是否有多个行为者会占据同一个格子。

由于可以允许个体移动, 因此需要注意的一点是如何理解“元胞”(cellular)这个概念。CA 模型一般的表现形式是大量的同质的元胞排列在一个规则的网格中, 而在社会科学仿真中元胞代表的是组成系统的微观个体, 诸如个人、组织或国家这样的行为者(actor)。行为者可以固定在某个单元格(cell)中(恒定位置模型), 也可以在网格中移动。当行为者不允许在网格中移动时, 我们可以用行为者所处的单元格来指代行为者本身而不会引起概念的混淆。然而对于行为者可以移动的模型, 行为者和单元格是两个不同的概念, 行为者是我们所要研究的微观个体, 而单元格是行为者“居住”的环境, 这时需要区别对待行为者和单元格。所以, 在下文中应当注意区别不同情况下单元格和行为者的具体含义。

第二, 一般来说, CA 模型中行为者状态的变化受冯·诺依曼型邻域或摩尔邻域中邻元状态的影响。影响行为者状态的邻域的定义不仅仅局限于冯·诺依曼型邻域或摩尔邻域这两种情形, 它的定义可以非常宽泛, 甚至可以将网格中所有的单元格都

定义为某一单元格的互动邻域。

第三, 在一般的模型中, 行为者都没有记忆能力。我们可以对模型进行扩展使得行为者可以保存其状态的历史信息, 这样更新规则便是由其邻元的状态及自身状态变化的历史信息两方面的内容来决定的。

2.3 元胞自动机与基于 Agent 的仿真的关系

基于 Agent 的仿真模型和元胞自动机是两种重要的微观仿真模型。在某些情况下, 一个模型即可以叫做 CA 模型, 也可以称之为基于 Agent 的模型, 这往往取决于研究领域的习惯和研究者的个人习惯。特别是随着学科的发展, CA 模型本身的概念也在不断地拓展——个体不再局限于同质个体, 个体也可以具有一定的记忆能力和决策能力。对于很常见的个体可以移动的 CA 模型, 完全可以用基于 Agent 的模型进行描述。但是一旦采用某种命名方式, 模型的表述应当遵循相应的规范: 如果命名为 CA 模型, 应当从 CA 模型的 4 个基本要素的角度对模型进行表述; 而当命名为基于 Agent 的模型时, 则当从 Agent 的属性、Agent 的行为(决策规则)、Agent 之间的交互、Agent 活动的环境等方面进行描述。

对于 CA 模型的最基本的类型, 虽然也可以将之“改造”为基于 Agent 的模型, 但是由于用 CA 的框架往往比较简洁明确, 且已经约定俗成, 因此强行称之为基于 Agent 的模型反而带来不必要的麻烦。而对于个体以学习和进化为核心特征、个体间交互复杂的模型, 则超出了 CA 模型的处理能力, 用基于 Agent 的模型进行分析就是很自然的事。

3 考虑个体异质性的 SARS 传播 CA 模型

虽然已有不少基于 CA 的传染病模型^[6-8], 但由于不考虑个体的差异性, 因此这些模型中多采用如下简单规则来决定易感者状态的变化: “如果易感者邻域中的大多数个体为感染者, 则此易感者(以较大的概率)变为感染者; 否则状态不变”。下面借鉴 Latane 的“社会影响力”(social impact)理论^[9], 构建一个综合易感者相邻个体的传染性、与其接近程度以及易感者自身对疾病的抵抗能力的指标——“感染指数”。通过比较易感者的“感染指数”与某一阈值来决定其在下一时刻状态, 这样更贴近疾病真实的传播过程。

结合 SARS 传播的特点, 模型将人群划分为如下 5 类: 易感者——用 S 表示, 该类成员处于自由环境中, 尚未感染且可能被传染上疾病。自由环境中的感染者——用 I 表示, 已感染疾病但尚未被隔离。疑似患者——用 Q 表示, 有可能已感染疾病且已经

被隔离。确诊患者——用 D 表示, 已确诊感染疾病且已经被隔离。因病死亡者——用 DI 表示。

各类个体的关系如下: S 类个体受 I 类个体影响状态可能发生变化, 或者受感染成为 I 类个体, 或者被隔离成为 Q 类个体; I 类个体则可能被隔离成为 D 类个体, 也可能因病死亡成为 DI 类个体; Q 类个体或者被排除成为 S 类个体或者被确诊为 D 类个体; D 类个体或者痊愈成为 S 类个体, 或者病死成为 DI 类个体。

用一个二维的网格表示人群在平面上的分布情况, 其长和宽分别为 w_1 和 w_2 。元胞邻域采用半径为 3 的摩尔邻域, 如图 2 中所有格子组成的区域即为中央黑色元胞的邻域。边界区域的元胞在某些方向上邻域的定义可能不完整。二维的网格中的一个单元格(元胞)表示一个个体, 用向量 (i, j) 来描述元胞的空间位置。元胞 (i, j) 在 t 时刻的属性为:

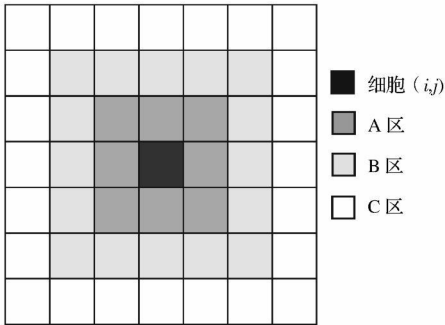


图 2 元胞 (i, j) 的邻域

$$C_{i,j}^t = \{S_{i,j}^t, INF_{i,j}^t, IMM_{i,j}^t\}. \quad (1)$$

1) $S_{i,j}^t = \{2, 1, 0, -1, -2\}$ 表示元胞的状态, 大括号内 5 个数字依次代表 S、Q、DI、I、D 这 5 种不同状态。

2) $INF_{i,j}^t = \{0, 1, 2, 3, 1000\}$, 用来表示元胞的传染性。0 代表无传染性, 取值越高表示传染性越高, 1、2、3 表示具有不同传染性的普通传播者, 1000 表示超级传播者。显然 S 类个体无传染性, 由于隔离的作用, 因此假定 Q、D 类元胞不具有传染性。

3) $IMM_{i,j}^t = \{0, 1, 2, 3\}$ 表示对疾病的抵抗能力, 用来说明个体体质的差异, 取值越高, 体质越好, 对疾病的抵抗能力越高, 越难以被传染。

根据上述描述, 显然有以下关系:

$$\begin{cases} S_{i,j}^t = 2, INF_{i,j}^t = 0, IMM_{i,j}^t = \{1, 2, 3\}; \\ S_{i,j}^t = -1, INF_{i,j}^t = \{1, 2, 3, 1000\}, IMM_{i,j}^t = \{1, 2, 3\}; \\ S_{i,j}^t = \{1, -2\}, INF_{i,j}^t = 0, IMM_{i,j}^t = \{1, 2, 3\}; \\ S_{i,j}^t = 0, INF_{i,j}^t = 0, IMM_{i,j}^t = 0. \end{cases} \quad (2)$$

状态更新规则如下:

1) 当 $S_{i,j}^t = 2$ 时, 即 t 时刻元胞 (i, j) 为状态为

S 时, 其 $t+1$ 时刻的状态可能为 S、I 和 Q。

定义一个衡量 S 类元胞 (i, j) 状态是否变化 (是否可能被感染) 的判定指标如式 (3), 称之为感染指数 μ 。

$$\mu = \frac{\sum_{i'=i-3}^{i+3} \sum_{j'=j-3}^{j+3} \frac{INF_{i',j'}^t}{\sqrt{(i'-i)^2 + (j'-j)^2}}}{\sqrt{IMM_{i,j}^t}}. \quad (3)$$

其中, $(i', j') \neq (i, j)$, 且 $INF_{i',j'}^t \geq \max(|i'-i|, |j'-j|)$ 。

式 (3) 分子部分说明了 S 类元胞 (i, j) 邻域中某一个具有传染性的元胞对元胞 (i, j) 的影响力与其传染性成正比, 与元胞 (i, j) 之间的距离成反比。因此感染指数 μ 就是 S 类元胞 (i, j) 邻域中所有具有传染性的元胞对其影响力的总和与元胞 (i, j) 自身对疾病的抵抗能力开方的比值。

式 (4) 限制了不同传染性的元胞的作用范围。若图 2 中黑色的元胞 (i, j) 为易感者, 则对于 A 区域的元胞, 只有当其 $INF \geq 1$ 时, 才能影响元胞 (i, j) ; 对于 B 区域的元胞, 只有当其 $INF \geq 2$ 时, 才能影响元胞 (i, j) ; 对于 C 区域的元胞, 只有当其 $INF \geq 3$ 时, 才能影响元胞 (i, j) 。

设定一个阈值 d_0 作为 S 类元胞状态变化的临界条件。则有 S 类元胞状态更新规则为: 当 $\mu \leq d_0$ 时, 元胞状态保持不变, 即 $S_{i,j}^{t+1} = 2$; 当 $\mu > d_0$ 时, 元胞状态发生变化: 元胞状态以一定的概率 p 成为 Q, 即 $S_{i,j}^{t+1} = 1$; 否则成为 I, 即 $S_{i,j}^{t+1} = -1$ 。

感染指数 μ 、阈值 d_0 和概率 p 的现实意义如下。 μ 类似于 SARS 传播期间的检测指标——体温。 d_0 则类似于是否发热的临界条件。概率 p 的含义为隔离力度, p 越大, 可能患病个体被隔离的概率越大, 即隔离力度越大; 反之亦然。

2) 当 $S_{i,j}^t = -1$ 时(元胞状态为 I), 若 I 类元胞从发病到被隔离的平均时间为 d_{di} , 死亡率为 λ_i ; 则以概率 $1/d_{di}$ 有 $S_{i,j}^{t+1} = -2$, 其余部分以 λ_i 概率有 $S_{i,j}^{t+1} = 0$, 否则 $S_{i,j}^{t+1} = -1$ 。

3) 当 $S_{i,j}^t = 1$ 时(元胞状态为 Q), 若 Q 类元胞被确诊的比率为 r_{qd} , 被确诊的平均时间为 d_{qt} , 被排除疑似的平均时间为 d_{qs} ; 则 r_{qd} 部分以概率 $1/d_{di}$ 有 $S_{i,j}^{t+1} = -2$, $1-r_{qd}$ 部分以概率 $1/d_{qs}$ 有 $S_{i,j}^{t+1} = 2$, 否则 $S_{i,j}^{t+1} = 1$ 。

4) 当 $S_{i,j}^t = -2$ 时(元胞状态为 D), 若 D 类元胞痊愈所需的平均时间为 d_{ds} , 死亡率为 λ_s ; 则以概率 $1/d_{ds}$ 有 $S_{i,j}^{t+1} = 2$, 以概率 λ_s 有 $S_{i,j}^{t+1} = 0$, 否则 $S_{i,j}^{t+1} = -2$ 。

5) 当 $S_{i,j}^t = 0$ (元胞状态为 DI), 有 $S_{i,j}^{t+1} = 0$ 。

4 仿真结果及分析

元胞空间的长和宽分别设定为: $w_1 = w_2 = 500$ 。仿真钟的单位为天, 仿真模型运行时间为 1000 天。结合 2003 年春季我国 SARS 疫情的有关统计资料, 与疫情相关的参数设定如下: $d_{id} = 3$ 、 $d_{qt} = 5$ 、 $d_{qs} = 10$ 、 $d_{ds} = 30$ 、 $r_{qb} = 36.59\%$ 。病死率(因病死亡人数与患病人数之比) 设为 SARS 的病死率 14%, 由于病程总共有 $d_{ds} = 30$, 因此 D 类元胞的病死率 $\lambda_2 = 0.14/30 \approx 0.0047$ 。根据假设, I 类元胞的病死率 $\lambda = 2\lambda_2 = 0.0094$ 。在 I 类元胞中, 传染性分别为 1、2、3 的元胞的比例为 7: 2: 1。除 DI 类元胞外, 对疾病的抵抗能力分别为 1、2、3 的其他 4 类元胞的比例为 1: 3: 1。

仿真初始时 I 类元胞的比例为 5%。参数 d_0 的取值对疾病发展速度和规模有很重要的影响, 当 d_0 取值过大则疾病发展缓慢甚至来不及扩散便自动消失; 当 d_0 取值过小, 则疾病发展速度过快, 短时间大多数个体就受到感染。在仿真中经试探、比较确定 $d_0 = 2$ 为合理取值。

在 SARS 的传播过程中, 由于采取了隔离措施, 因此模型中只有自由环境中的 I 类元胞可能使疫情扩散, 一旦这类元胞消失了, 那么疾病就完全得到了控制。因此对流行病学中定义的时点患病率进行修正, 设计了一个时点自由区患病率 r_t 作为动态分析指标, 在本模型中其定义如下:

$$r_t = \frac{\text{某时点 I 类个体数}}{\text{总个体数}} \quad (5)$$

SARS 期间出现的“毒王”就是超级传播者, 一个毒王可以传染上百人, 因而对疫情发展和防疫控制有重要影响, 超级传播者是个体异质性的最佳体现。假定疾病一爆发就立即采取隔离措施, 隔离力度 $p = 0.8$, 分别设超级传播者占 I 类元胞的比例为 0%、1%、5% 和 10% 进行仿真, 得到超级传播者对 r_t 的影响如图 3 所示。图 3 的横、纵轴分别表示时间和 r_t , 图中的曲线自上而下超级传播者占 I 类元胞的比例分别为 10%、5%、1% 和 0。

从曲线的排列位置上明显可以看出在疾病控制初期, 超级传播者的存在对 SARS 的传播有非常明显的影响: 超级传播者的比例越高, 曲线的峰值越高, 增长越迅速, 疫情发展到高峰需要的时间越长。由于采取了有力的隔离措施, 因此随着时间的推移, 疫情逐渐趋于缓和直至消失, 这也与真实的疫情发展过程相符。限于篇幅, 更多的结果参见文献[10]。

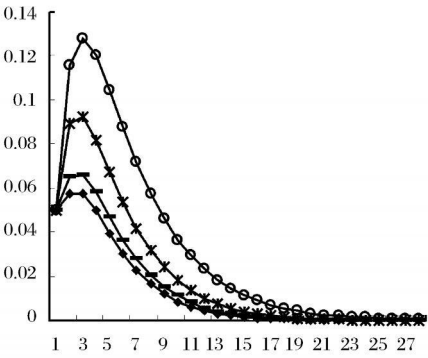


图 3 超级传播者对 r_t 的影响

5 模型的扩展与讨论

这一模型不但能够得到传播性流行病宏观数学模型能够得到的规律——各类人群随时间的变化规律, 而且较好地处理了个体间的差异——表现为具有不同的传染性、传染范围和对疾病的抵抗能力。超级传播者是个体异质性的最佳体现, 因此仿真结果中展示了超级传播者的数量对疾病传播的规律的影响。

由于扩散问题的相似性, 因此这一模型经过修改也可以应用于创新扩散、金融市场等问题的研究。

文献[11]针对宏观数学模型在描述个体差异方面的不足, 建立了一个异质元胞自动机模型, 对寡头垄断市场中广告的投放效果进行了仿真研究。通过运行仿真程序再现了两种产品竞争与扩散的过程, 以及不同内部影响力、市场占有率、市场规模等条件下, 广告投放力度对扩散结果的影响。通过分析仿真结果得到了在寡头垄断市场中, 当产品差异减少的时候广告就成为决定产品竞争胜负的关键因素等结论。

该模型的核心思想与前文 SARS 模型类似: 个体的影响力(影响他人的能力)不同, 并且不同个体在受到相同影响时其反应也不尽相同, 这是因为现实中有些人比较坚持自己的看法而较少地受到他人意见的影响, 有些人则很容易为他人意见所左右。综合各种因素, 得到 t 时刻个体 (i, j) 受其邻居影响以及系统中广告的作用而受到的综合影响 IN_{ij}^t 为:

$$IN_{ij}^t = p + q \frac{\sum_{i'=t}^{t+1} \sum_{j'=j-1}^{j+1} \frac{im_{ij'} \cdot S_{ij'}^{t-1}}{d_{<ij', i'j>}^2}}{im_{ij}} \quad (6)$$

其中, $(i', j') \neq (i, j)$ 。参数 p 为系统中产品广告强度, 参数 q 为内部影响系数; im_{ij} 表示元胞 (i, j) 的影响力, $d_{<ij', i'j>} = \sqrt{(i' - i)^2 + (j' - j)^2}$ 表示元胞 (i, j) 与其某个邻居的社会距离; S_{ij}^t 表示

元胞 (i, j) 在 t 时刻的状态。我们可以发现公式(6)中分母部分与公式(3)是类似的。关于该模型的细节见文献[11],在此不再赘述。

事实上,经过修改,类似的思想也可以应用于金融市场中由微观层面的交易者之间相互影响而导致宏观层面的复杂价格动态的研究中。在文献[12]的金融市场交易者行为模型中,交易者的买卖行为由其对市场的看法的强弱程度决定,而Agent对市场的看法则受到市场公共信号、自主的随机意见和邻近的交易者在上一时刻的行动3方面的影响。在计算邻近的交易者在上一时刻的行动对某一交易者意见形成的影响时,采用的仍然是与前面的SARS模型和创新扩散模型类似的思想。关于该模型进一步的细节见文献[12]。

6 小结

本文首先比较了用于研究扩散问题的两类方法——宏观数学模型和微观仿真之间的差异,指出与宏观层面的数学模型相比,微观仿真在处理个体异质性方面有一定的优势。然后,介绍了一种常用的微观仿真模型——元胞自动机的建模原理。接下来,以SARS模型为例,展示了微观仿真模型在处理个体异质性方面的优势。由于扩散问题的相似性,因此最后探讨了SARS模型经过一定的修正,如何应用于创新扩散和进行市场中交易者之间的互动等问题。结果表明各类扩散问题的共性是宏观上表现出来的扩散现象之微观机理均为微观个体间的互动,因此可以采用类似的思想和方法进行建模。

另外,在研究中发现,采用微观仿真方法研究扩散问题时往往会出现局部聚集的现象。一般将相互连接成一片的元胞称之为一个群体(cluster),这里连接不仅可代表地理位置相邻,而且可表示个体由于存在社会关系而可以彼此进行信息的沟通。一个群体中包含的接受者个数称为该群体的规模,对网络空间中群体的规模与其出现的频率进行研究发

现,群体规模一频率服从幂律分布。而幂律规则同时也是自组织临界系统的主要行为标志,但上述系统是否真正具有自组织临界性还需要大量研究进行论证。

参考文献

- [1] MANSFIELD E. Technical Change and the Rate of Imitation[J]. *Econometrica*, 1961, 29(4): 741-766
- [2] BASS F M. A New Product Growth for Model Consumer Durables[J]. *Management Science*, 1969, 15(5): 215
- [3] 宣慧玉,高宝俊. 管理与社会经济系统仿真[M]. 11th ed 武汉: 武汉大学出版社, 2002
- [4] GOLDENBERG J, LIBAI B, SOLOMON S, et al Marketing Percolation[J]. *Physica A*, 2000, 284: 335-347
- [5] SCHELLING T C. Dynamic models of Segregation[J]. *Journal of Mathematical Sociology*, 1971(1): 143-186
- [6] FUENTES M A, KUPERMAN M N. Cellular Automata and Epidemiological Models with Spatial Dependence [J]. *Physica A*, 1999, 267(3-4): 471-486
- [7] AHMED E, AGIZA H N. On modeling epidemics Including latency, incubation and variable susceptibility [J]. *Physica A*, 1998, 253(1-4): 347-352
- [8] SIRAKOULIS G C, KARAFYLLIDIS I, THANAILAKIS A. A cellular automaton model for the effects of population movement and vaccination on epidemic propagation [J]. *Ecological Modelling*, 2000, 133(3): 209-223
- [9] LATANE B. Dynamic social impact, Robust predictions from simple theory[C]//HEGSELMANN R, MUELLER U, TROITZSCH K G. *Modelling and Simulation in the Social Science from a Philosophy of Science Point of View*, Dordrecht: Kluwer, 1996: 287-310
- [10] 高宝俊, 张廷, 宣慧玉. 基于异质元胞自动机的SARS传播研究[J]. *系统工程理论方法应用*. 2006, 15(3): 205-209
- [11] 张廷, 宣慧玉, 高宝俊. 基于元胞自动机的寡头垄断市场中广告投放效果研究[J]. *系统工程学报*. 2008, (3): 309-315
- [12] 高宝俊. 基于Agent的金融市场仿真: 从个体行为、微观结构到市场宏观特性[D]. 西安: 西安交通大学, 2005

Micro-simulation of Diffusion Problems with Heterogeneous Individuals

Gao Baojun, Xu Xusong

(School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: It is the common ground of all diffusion problems in social science that the diffusion phenomena are due to interactions of individuals. Micro-simulation, such as CA and agent-based modeling, are effective to these problems with heterogeneous individuals. Taking the SARS as illustration, this paper shows the advantages of micro-simulation for diffusion problems. As the similarity of all diffusion problems, the SARS model also could be applied to other problems.

Key words: diffusion; micro-simulation; heterogeneity; cellular automata